

1. cvičení - STATISTIKA

Kombinace, variace, permutace

1. Zjednodušte a vypočtěte:

$$(a) \binom{4}{2} + \binom{6}{2} - \binom{7}{2} = \quad [= 0]$$

$$(b) \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} = \quad [= 56]$$

$$(c) \frac{(n+3)!}{(n+1)!} + \frac{(n+1)!}{(n-1)!} - \frac{2(n+2)!}{n!} = \quad [= 2]$$

$$(d) \frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!} = \quad [= 0]$$

$$(e) \binom{x+2}{x} + \binom{x+3}{x+1} = 64 \quad [= 6]$$

$$(f) \binom{x+3}{x+1} - 2\binom{x+2}{x} + 3\binom{x+4}{x+2} = 75 \quad [= 4]$$

2. Je dána množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Z prvků této množiny máme vytvořit dvojice, přičemž záleží na pořadí a prvky se nemohou opakovat. Vypiš všechny dvojice.

3. Kolik tří-tónových akordů je možné zahrát z 8 tónů? [= 336]

4. V prodejně si můžete vybrat ze sedmi druhů pohlednic. Kolika způsoby lze na dovolené zakoupit 5 různých pohlednic? [= 21]

5. V knihkupectví prodávají 10 titulů knižních novinek. Kolika způsoby lze koupit 5 různých knižních novinek? [= 252]

6. Na hokejovém turnaji, kterého se účastní 8 družstev, sehraje každý tým s ostatními právě 1 utkání. Kolik zápasů bude celkem sehráno? [= 28]

7. Hokejový tým odjel na OH s 23 hráči, a to s 12 útočníky, 8 obránci a 3 brankáři. Kolik různých sestav může trenér teoreticky vytvořit? [= 18480]

8. Jsou dány cifry: 1, 2, 3, 4, 5. Cifry nelze opakovat. Kolik je možno vytvořit z těchto cifer čísel, která jsou:

(a) pětimístná, sudá [= 48]

(b) pětimístná, končící dvojcíslím 21 [= 6]

(c) pětimístná, menší než 30 000 [= 6]

(d) trojmístná, lichá [= 36]

(e) čtyřmístná, větší než 2000 [= 96]

(f) čtyřmístná, začínající cifrou 2 [= 24]

(g) čtyřmístná, sudá nebo končící cifrou 3 [= 72]

(h) dvojmístná nebo trojmístná [= 80]

9. V turistickém oddílu "Hbitý svišť" je celkem 10 dívek a 8 chlapců. Určete, kolika způsoby mohou sestavit volejbalový tým (má šest členů), ve kterém budou hrát:

(a) právě dvě dívky? [= 3150]

(b) maximálně dva chlapci? [= 8106]

10. Deset přátel si vzájemně poslalo pohlednice z prázdnin. Kolik pohlednic celkem rozeslali? [= 90]

11. V plně obsazené lavici sedí 6 žáků a, b, c, d, e, f.
- (a) Kolika způsoby je lze přesadit ? [= 720]
 - (b) Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žáci a, b seděli vedle sebe ? [= 240]
 - (c) Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žák c seděl na kraji ? [= 240]
 - (d) Kolika způsoby je lze přesadit tak, aby žák c seděl na kraji a žáci a, b seděli vedle sebe ? [= 24]
12. Kolik různých signálů je možno vytvořit použitím pěti různobarevných praporek, použijeme-li :
- (a) Pouze 3 praporky ? [= 60]
 - (b) Právě 2 praporky ? [= 20]
13. Kolika způsoby lze rozdělit 8 účastníků finále v běhu na 100 m do 8 drah ? [= 40320]
14. V knihovně jsou 4 různé učebnice pružnosti, 3 různé učebnice matematiky a 2 různé učebnice angličtiny. Kolika způsoby je lze seřadit, mají-li zůstat učebnice jednotlivých oborů vedle sebe ? [= 1728]
15. V zásobníku je 7 ostrých a 3 slepé náboje. Určete, kolika způsoby lze namátkou ze zásobníku vyjmout 5 nábojů, z nichž alespoň 3 jsou ostré ? [= 126]
16. Kolika způsoby je možno na čtvercové šachovnici s 64 polí vybrat 3 pole tak, aby všechna tři pole neměla stejnou barvu ? [= 31744]
17. Kolika způsoby je možno na šachovnici s 64 polí vybrat 3 pole tak, aby všechna neležela v jednom sloupci ? [= 112896]
18. Kolik prvků dá 45 kombinací druhé třídy bez opakování ? [= 10]
19. Variací třetí třídy z n prvků je pětkrát více než variací druhé třídy z n prvků. Urči n. [= 7]
20. Z kolika prvků lze vytvořit 90 variací druhé třídy ? [= 10]
21. Z kolika prvků lze vytvořit 55 kombinací druhé třídy ? [= 11]
22. Zmenší-li se počet prvků o dva, zmenší se počet permutací dvačtyřicetkrát. Určete počet prvků. [= 7]
23. Z kolika prvků lze vytvořit padesátkrát více variací třetí třídy než variací druhé třídy ? [= 52]
24. Zvětší-li se počet prvků o dva, zvětší se počet kombinací druhé třídy o 17. Určete počet prvků. [= 18]
25. Zvětší-li se počet prvků o 8, zvětší se počet kombinací druhé třídy 11-krát. Určete počet prvků. [= 4]
26. Ze 7 prvků bylo vytvořeno 2520 variací bez opakování. Kolik prvků obsahuje jedna variace? [= 5]
27. Kolik je všech šesticiferných čísel, v jejichž dekadickém zápisu jsou všechny cifry různé ? [= 136080]
28. Kolika způsobů lze na šachovnici vybrat trojici polí tak, aby všechna pole nebyla téže barvy ? [= 31744]
29. Určete, kolika způsoby lze na pětimístné lavici posadit pět dětí. Dvě děti však chtějí bezpodmínečně sedět vedle sebe. [= 48]
30. Kolika způsoby lze na šachovnici vybrat trojici polí tak, aby všechna ležela v témže sloupci ? [= 448]
31. Test se skládá ze dvou příkladů na kombinatoriku, 2 na pravděpodobnost a 1 na statistiku. Připraveno je 30 příkladů na kombinatoriku, 25 na pravděpodobnost a 20 na statistiku. Kolik variant testu může zkoušející profesor vytvořit ? [= 2610000]

32. Kolika způsoby může m chlapců a n dívek vytvořit taneční pár ?
33. Kolika způsoby lze sestavit šestihodinový rozvrh na jeden den pro třídu, v níž se vyučuje 12 předmětů (každý předmět nejvýše 1 hodinu denně)? [= 665280]
34. Petr má 7 knih, o které se zajímá Ivana. Ivana má 10 knih, o které se zajímá Petr. Kolika způsoby si Petr může vyměnit své 2 knihy za dvě Ivaniny ? [= 945]
35. Ve vlaku je kupé se 4 místy v každém směru jízdy. Z 8 cestujících 3 chtějí sedět ve směru jízdy, 2 proti, ostatním je to jedno. Kolik způsoby si mohou sednout, aby byli všichni spokojeni ? [= 1728]
36. Na maturitním večírku je 15 hochů a 12 dívek. Kolika způsoby lze vybrat 4 taneční páry ? [= 16216200]
37. Kolika způsoby se může 5 lidí rozsadit v kině do řady, kde je 20 míst ? [= 1866488]
38. Kolik prímek je určeno deseti body, jestliže právě čtyři z nich leží na přímce ? [= 40]
39. Ze sedmi mužů a čtyř žen se má vybrat šestičlenná skupina, v níž jsou alespoň tři ženy. Kolika způsoby to lze provést ? [= 161]
40. Kolik je všech přirozených čísel menších než 500, v jejichž zápisu jsou pouze cifry 4, 5, 6, 7, a to každá nejvýše jednou. [= 22]
41. Určete počet všech pěticiferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu je každá z číslic 0, 1, 3, 4, 7. [= 96]