

## 2. cvičení - STATISTIKA

### Náhodný jev, Pravděpodobnost jevu, Podmíněná pravděpodobnost, Úplná pravděpodobnost, Bayesova věta

- V cele předběžného zadržení sedí vedle sebe 10 podezřelých, z toho 3 ženy. Jaká je pravděpodobnost, že všechny tři ženy sedí vedle sebe ? [= 0,0666]
- Stanovte pravděpodobnost jevu, že z 10 náhodně vytažených bridžových karet budou alespoň 3 esa. (bridžové karty : 52 karet celkem, z toho 4 esa) [= 0,0194]
- Při losování sportky je z osudí postupně vylosováno 6 čísel ze 49. Po vylosování těchto čísel je ze zbývajících čtyřiceti tří čísel vylosováno dodatkové číslo. Sázející si tipnul 6 čísel. Určete pravděpodobnost výhry :
  1. pořadí - uhodnutí všech 6 čísel [=  $7,15 \cdot 10^{-8}$ ]
  2. pořadí - uhodnutí 5 čísel + dodatkové číslo [=  $4,12 \cdot 10^{-7}$ ]
  3. pořadí - uhodnutí 5 čísel [=  $1,84 \cdot 10^{-5}$ ]
  4. pořadí - uhodnutí 4 čísel [=  $9,69 \cdot 10^{-4}$ ]
  5. pořadí - uhodnutí 3 čísel [=  $1,77 \cdot 10^{-2}$ ]
- V obchodě jsou tři pokladny na nichž dojde k chybě v účtování s pravděpodobnostmi: 0,1; 0,05 a 0,2 přičemž z hlediska umístění pokladen v obchodě jsou pravděpodobnosti odbavení pokladnami 0,3; 0,25 a 0,45. Jaká je pravděpodobnost, že osoba opouštějící obchod má chybný účet ? [= 0,1325]
- V obchodě jsou tři pokladny na nichž dojde k chybě v účtování s pravděpodobnostmi: 0,1; 0,05 a 0,2 přičemž z hlediska umístění pokladen v obchodě jsou pravděpodobnosti odbavení pokladnami 0,3; 0,25 a 0,45. Jaká je pravděpodobnost, že jsme byli u druhé pokladny, máme-li chybný účet ? [= 0,0943]
- V osudí jsou 2 bílé a 3 černé koule. Vypočtete pravděpodobnost toho, že :
  - vytáhneme 3 koule a budou 2 černé a 1 bílá ? [= 0,6000]
  - vytáhneme bez vracení jako první černou kouli, pak bílou a nakonec černou ? [= 0,2000]
- Mezi 15 výrobky je 5 zmetků. Vybereme 3 výrobky. Jaká je pravděpodobnost, že jeden z nich je vadný, jestliže :
  - vybereme všechny 3 najednou ? [= 0,4945]
  - vybíráme po jednom bez vracení ? [= 0,4945]
- Mějme pět vstupenek po 100 Kč, tři vstupenky po 300 Kč a dvě vstupenky po 500 Kč. Vyberme náhodně tři vstupenky. Určete pravděpodobnost toho, že :
  - alespoň dvě z těchto vstupenek mají stejnou hodnotu ? [= 0,2500]
  - všechny tři vstupenky stojí dohromady 700 Kč ? [= 0,2916]
- Menza UTB zakoupila 12 chladniček z 1. závodu, 20 z 2. závodu a 18 z 3. závodu. Pravděpodobnost, že chladnička je výborné jakosti, pochází-li z 1.závodu je 0,9, z 2.závodu 0,6 a z 3.závodu 0,9. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná chladnička bude výborné jakosti ? [= 0,7800]

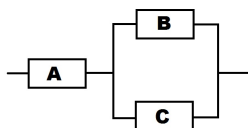
10. Ve společnosti je 45% mužů a 55% žen. Vysokých nad 190 cm je 5% mužů a 1% žen. Náhodně vybraná osoba je vyšší než 190 cm. Jaká je pravděpodobnost, že je to žena ? [= 0, 1946]
11. Dva střelci vystřelí po jedné ráně. Pravděpodobnosti zásahu cíle jsou po řadě 0,5 a 0,9. Určete pravděpodobnost toho, že alespoň jeden střelec zasáhne cíl. [= 0, 9500]
12. Jev A znamená, že z 10-ti automobilů byly prodány :
- (a) alespoň 3
  - (b) alespoň 5
  - (c) žádný
  - (d) právě 4
  - (e) aspoň 6 a nejvýše 8
  - (f) žádný nebo alespoň 3
- Kolik automobilů bylo prodáno, jestliže nastal jev  $\bar{A}$  ?
13. Z tabulky náhodných čísel (celých) je namátkou vybráno jedno číslo. Jev A znamená, že zvolené číslo je dělitelné pěti. Jev B označuje, že zvolené číslo je zakončené nulou. Co znamenají jevy :
- (a)  $A \cap B$
  - (b)  $A \cup B$
  - (c)  $\bar{A} \cap B$
  - (d)  $A \cup \bar{B}$
  - (e)  $\overline{A \cap B}$
14. U prodavače losů zakoupíte los. Jev A bude znamenat, že vyhrajete ihned na místě, jev B znamená, že vyhrajete při prvním losování a jev C při druhém losování. Vyjádřete pomocí jevů A, B a C, že vyhrajete:
- (a) pouze na místě
  - (b) všechny tři výhry
  - (c) aspoň jednu výhru
  - (d) právě jednu výhru
  - (e) právě jednu výhru
  - (f) právě dvě výhry
  - (g) maximálně dvě výhry
  - (h) žádnou výhru
  - (i) obě výhry při losování
15. Máme 230 výrobků, mezi nimiž je 20 nekvalitních. Vybereme 15 výrobků, přičemž vybrané výrobky nevracíme zpět. Jak je pravděpodobné, že mezi 15 vybranými bude 10 dobrých ? [= 0, 0045]
16. V osudí jsou 4 černé a 6 modrých koulí. Náhodně vybereme 4. Jaká je pravděpodobnost, že :
- (a) 3 budou modré a jedna černá ? [= 0, 3809]
  - (b) Alespoň 3 vytažené koule budou modré? [= 0, 4523]
  - (c) Mezi vytaženými koulemi je více černých ? [= 0, 1190]

17. Z celkové produkce závodu jsou 4% zmetků a z dobrých je 75% standardních. Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek je standardní. [= 0, 7200]
18. Tři závody vyrábí žárovky. První 45% celkové produkce, druhý 40% a třetí 15%. Z produkce prvního závodu je standardních 70%, druhého 80% a třetího 81%. Určete pravděpodobnost, že si zákazník koupí standardní žárovku? [= 0, 7565]
19. Součástky, ze kterých se montují stroje, dodávají tři závody. Je známo, že první má 0,3% zmetků, druhý 0,2% zmetků a třetí 0,4%. Přitom první závod dodal 1000, druhý 2000 a třetí 2500 součástek. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná součástka bude zmetek? [= 0, 0031]
20. Máme 4 krabice. V první jsou 3 bílé a 2 černé koule, ve druhé jsou 2 bílé a 2 černé koule, ve třetí je 1 bílá a 4 černé koule, ve čtvrté 5 bílých a 1 černá koule. Náhodně vybereme jednu krabici a vytáhneme 1 kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že kulička je bílá? [= 0, 5333]
21. V dílně pracuje 10 dělníků, kteří vyrobí za směnu stejný počet výrobků. Pět z nich vyrobí 96% standardních, tři z nich 90% standardních a dva 85% standardních. Všechny výrobky jdou do skladu. Náhodně jsme vybrali jeden výrobek a zjistili, že je standardní. Jaká je pravděpodobnost, že ho vyrobil někdo z prvních pěti dělníků? [= 0, 5217]
22. Ke kontrole je připravena skupina 200 výrobků, z nichž jsou 4% vadných. Ostatní mají požadovanou kvalitu. Namátkou z nich vybereme 20 kusů. Při kontrole zjišťujeme, že prvních 5 z 20 vybraných je kvalitních. Jaká je pravděpodobnost, že šestý výrobek je též kvalitní? [= 0, 9589]
23. Výrobek prochází v průběhu zpracování postupně čtyřmi operacemi. Pravděpodobnost vyrobení zmetku je u jednotlivých operací postupně rovna 2%, 3%, 0,5%, 1,5%. Určete přibližně pravděpodobnost toho, že výsledkem výrobního procesu v daném případě bude zmetek. [= 0, 0684]
24. Házíme čtyřikrát hrací kostkou. Jaká bude pravděpodobnost, že při každém hození dostaneme jiný počet oček? [= 0, 2778]
25. Dva kamarádi hrají šachy. Jev  $A$  označuje vítězství prvního, jev  $B$  druhého. Co označuje jev  $\overline{A} \cap \overline{B}$ ?
26. Nechť  $A, B, C$  jsou tři libovolné náhodné jevy. Zapište následující jevy :
- nastal pouze jev  $A$ ;
  - nastal právě jeden jev;
  - nastaly právě dva jevy;
  - nastaly všechny jevy;
  - nastal alespoň jeden jev;
  - nastaly více jak dva jevy.
27. Jev  $A$  znamená, že alespoň jeden ze tří kontrolovaných přístrojů je zmetek, jev  $B$  znamená, že všechny tři přístroje jsou kvalitní. Co znamenají jevy :
- $A \cap B$
  - $A \cup B$
28. Nechť jev  $A$  znamená, že náhodně zvolený výrobek je první jakosti,  $B$ , že druhé jakosti a  $C$ , že je zmetek. Co znamenají jevy :
- $\overline{A \cup C}$

- (b)  $(A \cap C) \cup B$   
 (c)  $A \cup B \cup C$
29. Jev  $A$  znamená, že alespoň jeden ze čtyř výrobků, které jsou k dispozici, je zmetek. Jev  $B$  znamená, že alespoň dva výrobky jsou zmetky. Co znamenají jevy :
- (a)  $\bar{A}$   
 (b)  $\bar{B}$
30. Průmyslově vyráběný filtr je podroben třem různým zkouškám. Jev  $A$  spočívá v tom, že náhodně vybraný filtr obstojí při první zkoušce. Jev  $B$  v tom, že obstojí ve druhé zkoušce. Jev  $C$  ve třetí zkoušce. Vyjádřete pomocí jevů  $A, B$  a  $C$  že filtr obstojí :
- (a) jen v první zkoušce;  
 (b) v první a ve druhé zkoušce, ale neobstojí ve třetí zkoušce;  
 (c) ve všech třech zkouškách;  
 (d) alespoň v jedné zkoušce;  
 (e) alespoň ve dvou zkouškách;  
 (f) právě v jedné zkoušce;  
 (g) právě ve dvou zkouškách;  
 (h) maximálně dvakrát.
31. Vojenskou kolonu tvoří 2 terénní vozy UAZ, 3 auta Praga V3S a 4 tatry 138. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném seřazení kolony pojedou stejná vozidla za sebou ?  $[= \frac{1}{210}]$
32. Máme 16 lahví minerálek : 10 Šaratic a 6 ovocných. Náhodně vybereme 3 lahve. Jaká je pravděpodobnost, že jsme vybrali 2 Šaratice a 1 ovocnou ?  $[= 0,482]$
33. Ve třídě je 20 chlapců a 12 dívek. Losem jsou určeni 2 mluvčí. Jaká je pravděpodobnost, že obě pohlaví budou zastoupena ?  $[= \frac{15}{31}]$
34. Na hodiny cvičení ze statistiky chodí 30 studentů, z toho 70% je vždy připraveno. Dnes půjde k tabuli 5 studentů. Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jeden nepřipravený se bude potit u tabule ?  $[= 0,85]$
35. Mezi 10 výrobky vysoké kvality se omylem zamíchalo 5 zmetků. Náhodně vybereme 3 výrobky. Jaká je pravděpodobnost, že :
- (a) všechny budou zmetkové ?  $[= 0,022]$   
 (b) Všechny budou dobré ?  $[= 0,264]$   
 (c) Právě jeden bude zmetek ?  $[= 0,495]$   
 (d) Aspoň jeden bude zmetek ?  $[= 0,736]$
36. V osudí je 200 losů, z nichž 10 vyhrává. Jaká je pravděpodobnost, že získáme aspoň jednu výhru, zakoupíme-li :
- (a) 10 losů ?  $[= 0,4085]$   
 (b) 20 losů ?  $[= 0,6602]$
37. V dodávce 100 kusů křišťálových váz je 5 chybných. Při kontrole se náhodně vyberou 4 kusy. Urči pravděpodobnost toho, že :

- (a) jedna vybraná váza je chybná ? [= 0,1765]  
 (b) Aspoň jedna vybraná je chybná ? [= 0,188]

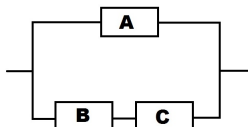
38. V obvodu zapojeném A sériově (B paralelně C) (viz. obrázek) nastávají poruchy u jednotlivých prvků nezávisle s pravděpodobnostmi 0,03, 0,2, 0,2. Jaká je pravděpodobnost přerušení obvodu ? [= 0,0688]



39. V kanceláři pracují 3 sekretářky přicházející do práce pozdě s pravděpodobnostmi 0,1 0,2 0,3. Jaká je pravděpodobnost že :

- (a) aspoň jedna přijde včas ? [= 0,994]  
 (b) Aspoň jedna se opozdí ? [= 0,0496]

40. V obvodu zapojeném A paralelně (B sériově C) (viz. obrázek) fungují jednotlivé prvky s pravděpodobnostmi 0,95; 0,9; 0,85. Jaká je pravděpodobnost, že zařízení funguje ? [= 0,988]



41. Automat A vyrobí za směnu dvakrát více výrobků než automat B. Pravděpodobnost vzniku zmetku je u automatu A 0,02; u B 0,05. Po skončení směny se výrobky ukládají do jedné bedny. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek náhodně vybraný z této bedny není zmetek ? [= 0,97]
42. Při vyšetřování pacienta je podezření na tři navzájem se vylučující onemocnění. Pravděpodobnost výskytu první choroby je 30%; druhé 50% a třetí 20%. Laboratorní zkouška je pozitivní u 15% nemocných s první nemocí, 30% nemocných s druhou a 30% nemocných s třetí nemocí. Jaká je pravděpodobnost druhé nemoci, je-li po laboratorním vyšetření výsledek pozitivní? ? [= 0,588]
43. V dílně pracuje 20 dělníků, kteří vyrábějí stejné součástky. Každý z nich vyrobí za směnu stejné množství. Deset z nich vyrobí 94% výrobků I.třídy, šest 90% a čtyři 85%. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek bude I.třídy. ? [= 0,915]
44. Ocelové odlitky jsou kontrolovány rentgenovým přístrojem. Ten odhalí chybu v odlitku s pravděpodobností 98% a dobrý odlitek označí jako vadný s pravděpodobností 0,1%. Je známo, že se chyba vyskytuje ve 3% odlitku. Vypočítejte pravděpodobnost toho, že výrobek označený přístrojem za chybný je skutečně vadný. [= 0,747]
45. Na skladě je 70% přístrojů první jakosti a 30% druhé jakosti. Pravděpodobnost, že přístroj 1. jakosti pracuje bez poruchy je 95% a přístroj 2. jakosti 70%. Organizace koupila jeden přístroj a ten pracoval bez poruchy. Určete, jaká je pravděpodobnost, že přístroj byl 1. jakosti. [= 0,76]
46. Tři závody vyrábí elektrické žárovky. První vyrábí 45%, druhý 40% a třetí 15% z celkové produkce. Z produkce prvního závodu je 70% výrobků standardních, z druhého 80% a ze třetího 81%. Určete pravděpodobnost zakoupení standardní žárovky. [= 0,7565]