

3. cvičení - STATISTIKA

Náhodná veličina

- V osudí je 5 bílých a 7 červených míčků. Náhodná veličina X představuje počet bílých míčků mezi pěti vybranými. Vytvořte pravděpodobnostní a distribuční funkci této náhodné veličiny.
- Náhodná veličina X je dána distribuční funkcí :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Určete $f(x)$, znázorněte graficky $F(x)$, $f(x)$, vypočtěte $P(0,4 \leq X < 1,6)$

- Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a \cdot \sin(x) & 0 \leq x < \pi \\ 0 & x \geq \pi \end{cases}$$

Určete koeficient a , distribuční funkci $F(x)$ a vypočtěte $P(\frac{\pi}{2} < X < 2 \cdot \pi)$

- Náhodná veličina X je dána tabulkou.

x	1	2	3	4
P(X=x)	0,3	0,1	0,4	?

Určete její střední hodnotu a rozptyl.

[2, 5; 1, 25]

- Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti :

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 0 & x \notin \langle 0, 1 \rangle \end{cases}$$

Určete její střední hodnotu a rozptyl.

[$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{18}$]

- Tříkrát vystřelíme na cíl. Pravděpodobnost zásahu při každém výstřelu je $p = 0,7$. Určete :

- Pravděpodobnostní funkci počtu zásahů při třech nezávislých výsledcích.
- Distribuční funkci a její graf.

- Hodíme tříkrát kostkou. Nechť náhodná veličina X znamená počet padnutí šestky. Určete :

- Pravděpodobnostní funkci a její graf.
- Sestrojte graf distribuční funkci.

- Náhodná veličina X je dána distribuční funkcí :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 3 \\ \frac{x}{3} - 1 & 3 \leq x < 6 \\ 1 & x \geq 6 \end{cases}$$

Určete $f(x)$, znázorněte graficky $F(x)$, $f(x)$, vypočtěte $P(1,5 \leq X \leq 4)$

9. Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ x - \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases}$$

Určete její distribuční funkci.

10. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ c \cdot x \cdot (1 - x) & 0 \leq x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

Určete koeficient c , distribuční funkci $F(x)$ a vypočtěte $P(X > 0,2)$

11. Dva hráči hrají společenskou hru. Pravděpodobnost výhry hráče A je $\frac{2}{3}$, hráče B $\frac{1}{3}$. Hráči opakují hru tolikrát, až vyhraje hráč A. Určete zákon rozložení náhodné veličiny, která značí počet uskutečněných her.
12. Určete zákon rozložení náhodné veličiny, která značí součet ok při hodu
- jednou kostkou,
 - dvěma kostkami,
 - třemi kostkami.
13. Střelec střílí 10-krát na cíl. Za každý zásah získává 3 body, nezasáhne-li, ztrácí 1 bod. Pravděpodobnost zásahu při jednom výstřelu daného střelce je $\frac{2}{3}$. Určete zákon rozložení počtu bodů, které střelec může získat.
14. Pokus spočívá ve třech nezávislých hodech mincí. Pro náhodnou veličinu značící počet padnutí líců sestrojte funkci rozložení.
15. Náhodná veličina X je dána distribuční funkcí :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Určete $f(x)$ a vypočtěte $P(\frac{6}{5} \leq X < \frac{3}{2})$

16. Náhodná veličina X je dána tabulkou.

x	-2	0	2	4	6
P(X=x)	0,1	?	0,2	0,3	0,2

Určete její distribuční funkci a pravděpodobnost jevu, že náhodná veličina nabude kladných hodnot.

17. Náhodná veličina X je dána distribuční funkcí :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ 2 \cdot x - 4 & x \in \langle 2; 2,5 \rangle \\ 1 & x > 2,5 \end{cases}$$

Určete $f(x)$, vypočtete $P(X < \frac{7}{3})$ a nakreslete grafy pravděpodobnostní a distribuční funkce.

18. Pravděpodobnost zásahu cíle při každém ze čtyř výstřelů je 0,8. Nechť náhodná veličina X představuje počet zásahů cíle.

(a) Určete rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny.

(b) Vypočtete její střední hodnotu a rozptyl.

19. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} 3 \cdot x^2 & x \in (0; 1) \\ 0 & x \notin (0; 1) \end{cases}$$

Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny.

$[\frac{3}{4}; \frac{3}{80}]$

20. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & x \in (1; \infty) \\ 0 & x \notin (1; \infty) \end{cases}$$

Určete $F(x)$, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny.

$[\frac{3}{2}; \frac{3}{4}]$

21. Hodíme dvěma hracími kostkami. Určete modus součtu hozených bodů.

22. Hodíme třikrát mincí. Náhodná veličina X znamená hození líce. Určete rozdělení pravděpodobnosti a modus.

23. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (2x - x^2) & x \in \langle 0; 2 \rangle \\ 0 & x \notin \langle 0; 2 \rangle \end{cases}$$

Určete :

(a) Konstantu c .

(b) $F(x)$.

(c) Střední hodnotu náhodné veličiny.

(d) Rozptyl náhodné veličiny.

(e) $P(X < 1)$

24. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X má tvar :

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x^2 & x \in \langle 0; 2 \rangle \\ 0 & x \notin \langle 0; 2 \rangle \end{cases}$$

Určete :

(a) Konstantu a . [= $\frac{3}{8}$]

(b) Pravděpodobnost, že se X neliší od své střední hodnoty o více než 0,5. [= $\frac{7}{8}$]

25. Dvakrát nezávisle na sobě hodíme kostkou upravenou tak, že na 2 stranách má jedničku, na dalších 2 dvojku, a na posledních 2 trojku. Náhodná veličina X nechť udává součet hodů. Určete :

(a) Střední hodnotu. [= 4]

(b) $P[X \text{ je sudé číslo }]$. [= $\frac{5}{9}$]

26. Dvakrát nezávisle na sobě hodíme kostkou upravenou tak, že na 2 stranách má jedničku, na dalších 2 dvojku, a na posledních 2 trojku. Náhodná veličina X nechť udává zbytek po vydělení součtu hodů třemi. Určete :

(a) Střední hodnotu. [= 1]

(b) Rozptyl. [= $\frac{2}{3}$]

(c) Jsou jevy $[X = 0]$, $[X = 1]$ a $[X = 2]$ nezávislé ?