

5. cvičení - STATISTIKA

Rovnoměrné, Normální, Normované-Normální rozdělení

1. Trolejbusy odjíždějí ze zastávky v 10 min. intervalech. Cestující může přijít na zastávku v libovolném okamžiku. Určete střední hodnotu a rozptyl doby čekání na odjezd trolejbusu. [5; $\frac{100}{12}$]
2. Pekárna dodává ráno čerstvé pečivo kdykoliv mezi 5. a 6. hodinou. Jaká je pravděpodobnost, že pečivo bude dodáno mezi 5:30 a 5:45? [0, 25]
3. Ve strojírenském závodě se vyrábějí určité součástky, jejichž rozměry mají nahodilé odchylky řídící se normálním zákonem rozložení se směrodatnou odchylkou 4 mm. Výrobky s odchylkou menší než 5 mm se zařazují do vyšší jakostní třídy. Určete střední hodnotu počtu výrobků zařazených do vyšší jakostní třídy z daných 4 výrobků. [0, 788; 3, 152]
4. Náhodná veličina X má rozdělení $N(0, 1)$. Určete:
 - (a) $P(X < 2, 31)$ [0, 9896]
 - (b) $P(X < -1, 1)$ [0, 1357]
 - (c) $P(-0, 41 < X < 2, 92)$ [0, 6571]
5. Náhodná veličina X má rozdělení $N(2, 9)$. Určete:
 - (a) $P(X < 5)$ [0, 8413]
 - (b) $P(X < -1)$ [0, 1587]
 - (c) $P(0 < X < 2, 33)$ [0, 2890]
6. Náhodná veličina má rozdělení pravděpodobnosti :
 - (a) $N(0, 1)$. Urči $P(|X| < 0, 7)$ [0, 5161]
 - (b) $N(0, 4)$. Urči $P(X < -0, 5)$ [0, 4013]
 - (c) $N(1, 4)$. Urči $P(X < -0, 5)$ [0, 2267]

Sestrojte graf $f(x)$ a vypočtené pravděpodobnosti znázorněte.
7. Jaká je pravděpodobnost, že náhodná veličina X , která má rozdělení $N(10; 9)$, nabude hodnoty :
 - (a) menší jak 16 [0, 9772]
 - (b) větší jak 10 [0, 5000]
 - (c) v mezích od 7 do 22 [0, 8413]
8. IQ je standardní škála, která má v populaci normální rozdělení $N(100, 225)$. Jaká je pravděpodobnost, že hodnota IQ náhodně vybraného jedince bude :
 - (a) nižší než 95 [0, 3707]
 - (b) v rozsahu 110-120 [0, 1629]
 - (c) vyšší než 130 [0, 0228]

9. Měření je zatíženo chybou $-0,3$ cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobnosti se směrodatnou odchylkou $\sigma = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky? [0, 9918]
10. Váha v uhelných skladech váží s chybou 30 kg, přičemž snižuje váhu. Náhodné chyby mají normální rozdělení pravděpodobnosti se $\sigma = 100$ kg. Jaká je pravděpodobnost, že chyba zjištěné váhy nepřekročí v absolutní hodnotě 90 kg? [0, 6106]
11. Kolik procent hodnot náhodné veličiny X s rozdělením $N(0, 1)$ leží mimo interval $(-2, 2)$? [0, 0456]
12. Jakou je nutno stanovit toleranci, aby pravděpodobnost, že průměr pískového zrna překročí toleranční hranici, byla maximálně 0,45326, jestliže odchylky od středu tolerance (v 10^2 mm) mají normální rozdělení $N(0, 144)$. [9]
13. Jaká je pravděpodobnost, že po 200 hodinách bude fungovat výrobek, jestliže jeho životnost v hodinách má $N(180, 400)$? [= 0, 1587]
14. Životnost svíčky (v km) v autě má normální rozdělení se střední hodnotou 10000 a směrodatnou odchylkou 3000. Jaká je pravděpodobnost, že na vzdálenost 4300 km nebude třeba měnit svíčku? [= 0, 9713]
15. Výrobky jsou považovány za prvotřídní, pokud odchylka od předepsané délky nepřekročí 3,6 mm. Jestliže odchylka měření má rozdělení $N(0, 9)$, kolik prvotřídních výrobků lze čekat mezi 100 výrobky? [= 77]
16. Systematická chyba měřicího přístroje je 2,5 m a směrodatná odchylka je 1,5 m. Jaká je pravděpodobnost, že chyba přístroje nepřevyší v absolutní hodnotě 3 m? [= 0, 451]
17. Za jakou hranici procenta prachu v dodaném vagonu uhlí se může dodavatel zaručit s pravděpodobností 95%, jestliže je z dřívějších dodávek známo, že procento uhelného prachu je náhodná veličina z normálního rozdělení se střední hodnotou 12,4% a směrodatnou odchylkou 3,15% [= 0, 1758]
18. Nechť $X \sim N(1, 4)$. Urči $P(|X| > 3)$. [= 0, 1810]
19. Náhodná veličina X má rovnoměrné rozdělení. Jaká je její hustota, jestliže $EX = 1, var X = 3$?
20. Nechť $X \sim N(1, 4)$. Urči $P(|X| > 3)$. [= 0, 1810]
21. Letadlo nalétává do vzduchovém koridoru, kterého střed je ve výšce 7 km. Odchylka letové dráhy letadla v této výšce je náhodná veličina X s rozdělením $N(20 m, 2500 m^2)$. Jaká je pravděpodobnost, že letadlo poletí :
- (a) pod, [= 0, 081]
- (b) nad, [= 0, 274]
- (c) právě ve vzduchovém koridoru [= 0, 645]
- jestliže je výška koridoru 100 m ?
22. Okamžik výskytu náhodné události A je náhodná veličina X , která má rozdělení $R(0, b)$, $b > 1$, ale přesnou hodnotu neznáme. Víme však, že $P(0 \leq X \leq 1) = \frac{3}{4}$. Vypočítej $P(0,5 \leq X \leq b)$. [= $\frac{5}{8}$]